«УТВЕРЖДАЮ»	«СОГЛАСОВАНО»
Директор	Председатель
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»	Научно-методического совета ФГБНУ «ФИПИ» по математике
_____ О.А. Решетникова	_____ А.Л. Семенов
«09» ноября 2015 г.	«09» ноября 2015 г.

Государственная итоговая аттестация по образовательным программам основного общего образования в форме основного государственного экзамена (ОГЭ)

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения
в 2016 году основного государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения в 2016 году основного государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2016 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольные измерительные материалы, определены в спецификации; полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2016 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

Демонстрационный вариант 2016 года

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

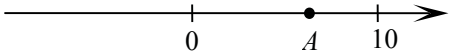
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{1}{4}+0,07$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

1) $\frac{181}{16}$ 2) $\sqrt{37}$ 3) $0,6$ 4) 4

Ответ: ☐

3 Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\sqrt{6}-3$ 2) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}$ 3) $\left(\sqrt{5}\right)^2$ 4) $\left(\sqrt{6}-3\right)^2$

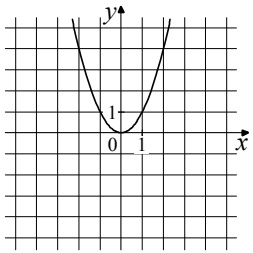
Ответ: ☐

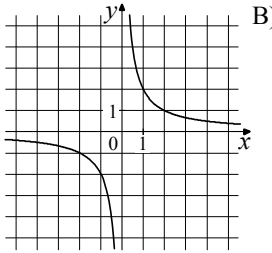
4 Решите уравнение $7x-9=40$.

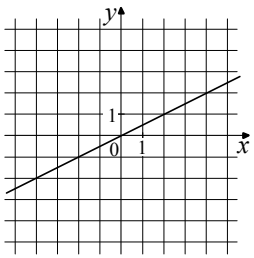
Ответ: _____.

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

А) 

Б) 

В) 

1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

А	Б	В

6 В последовательности чисел первое число равно 6, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найдите пятнадцатое число.

Ответ: _____.

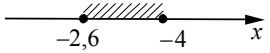
7 Найдите значение выражения $9b + \frac{5a - 9b^2}{b}$ при $a = 9$, $b = 36$.

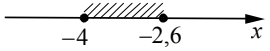
Ответ: _____.

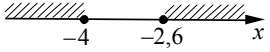
8 Решите систему неравенств

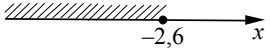
$$\begin{cases} x + 2{,}6 \le 0, \\ x + 5 \ge 1. \end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?

1) 

2) 

3) 

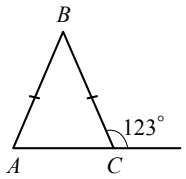
4) 

Ответ:

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

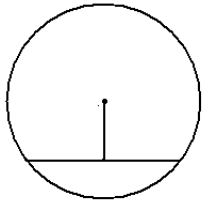
Модуль «Геометрия»

9 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен $123°$. Найдите величину угла BAC. Ответ дайте в градусах.



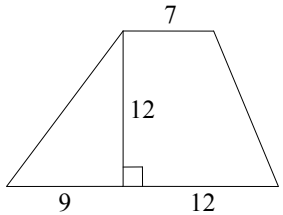
Ответ: _____.

10 Найдите длину хорды окружности радиусом 13 см, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5 см. Ответ дайте в см.



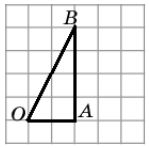
Ответ: _____.

11 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____.

12 Найдите тангенс угла AOB треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

13 Укажите номера **верных** утверждений.

1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
3) Если в ромбе один из углов равен $90°$, то такой ромб — квадрат.
4) В любом параллелограмме диагонали равны.

Ответ: _____.

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

Модуль «Реальная математика»

14 В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9-х классов.

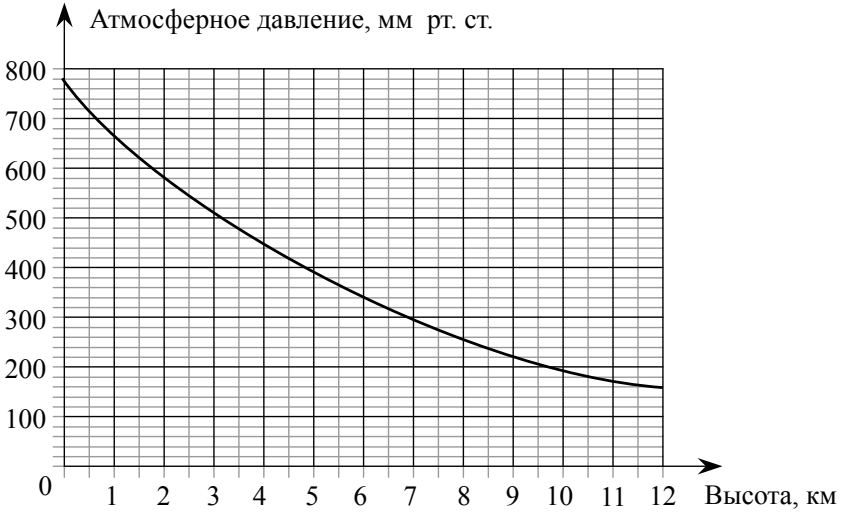
	Мальчики			Девочки		
Отметка	«отл.»	«хор.»	«удовл.»	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,36 секунды?

1) Отлично
2) Хорошо
3) Удовлетворительно
4) Норматив не выполнен

Ответ: ☐

15 На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в километрах) давление составит 540 миллиметров ртутного столба?



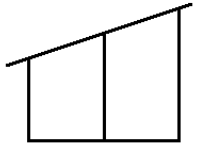
Ответ: _____.

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

16 Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____.

17 Наклонная балка поддерживается тремя столбами, стоящими вертикально на равном расстоянии друг от друга. Длины двух меньших столбов — 60 см и 90 см. Найдите длину большего столба. Ответ дайте в см.

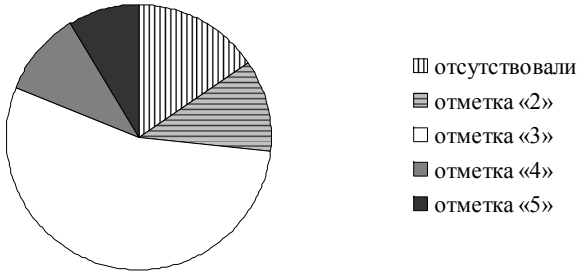


Ответ: _____.

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

18 Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.

Результаты контрольной работы по математике. 9 класс



Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы **верны**, если всего в школе 120 девятиклассников?
В ответе укажите номера верных утверждений.

1) Более половины учащихся получили отметку «3».
2) Около половины учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Ответ: _____.

19 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

Ответ: _____.

20 Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Ответ: _____.

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Сократите дробь $\dfrac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

23 Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

25 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB. Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на задания 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	0,32
2	2
3	3
4	7
5	132
6	62
7	1,25
8	2
9	57
10	24
11	168
12	2
13	13; 31
14	2
15	2,5
16	1980
17	120
18	13; 31
19	0,2
20	2,25

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

Решения и критерии оценивания заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}$.

Решение.

$$\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}=\frac{(9\cdot 2)^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}=\frac{3^{2n+6}\cdot 2^{n+3}}{3^{2n+5}\cdot 2^{n-2}}=3^{2n+6-(2n+5)}\cdot 2^{n+3-(n-2)}=3\cdot 2^5=96.$$

Ответ: 96.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	*Максимальный балл*

22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4}+\frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно 3 часам. Составим уравнение: $\frac{x}{4}+\frac{x}{8}=3$.

Решив уравнение, получим $x=8$.

Ответ: 8 км.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно составлено уравнение, получен верный ответ
1	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

23 Постройте график функции $y=\dfrac{x^4-13x^2+36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

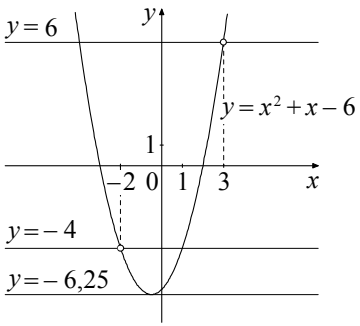
Решение. Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4-13x^2+36=(x^2-4)(x^2-9)=(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

При $x\neq-2$ и $x\neq3$ функция принимает вид:

$$y=(x-2)(x+3)=x^2+x-6,$$

её график — парабола, из которой выколоты точки $(-2;-4)$ и $(3;6)$.



Прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5;-6,25)$.

Поэтому $c=-6,25$, $c=-4$ или $c=6$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	График построен правильно, верно указаны все значения c, при которых прямая $y=c$ имеет с графиком только одну общую точку
1	График построен правильно, указаны не все верные значения c
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	*Максимальный балл*

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

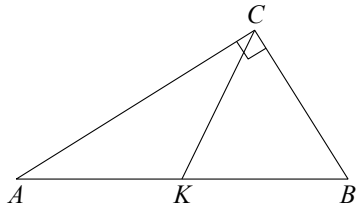
Модуль «Геометрия»

24 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC=6$, $BC=8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

$$CK=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{AC^2+BC^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{36+64}=5.$$



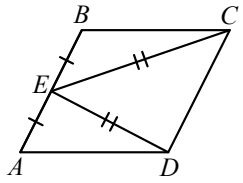
Ответ: 5.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

25 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB. Известно, что $EC=ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство. Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам.

Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна $180°$, то углы равны $90°$. Такой параллелограмм — прямоугольник.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

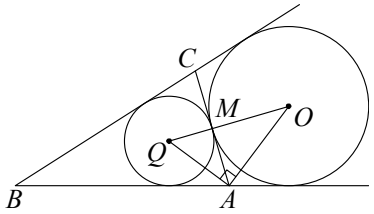
26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Решение.

Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC.

Точка касания M окружностей делит AC пополам.

Лучи AQ и AO — биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой. Из прямоугольного треугольника OAQ получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно,



$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4{,}5.$$

Ответ: 4,5.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 25.12.2013 № 1394 зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014 № 31206)

«48. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла.

В этом случае третий эксперт проверяет только то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ГИА-9 направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух и более заданиях.

В этом случае третий эксперт перепроверяет все задания с развёрнутым ответом 21–26.

© 2016 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации